Индивидуальный подход в формировании и развитии математических способностей младшего школьника

А. В. Белошистая

Проблема формирования и развития математических способностей детей – одна из наименее разработанных на сегодня методических проблем обучения математике в начальных классах. Крайняя **разнородность взглядов на само понятие «математические способности»** обусловливает отсутствие сколько-нибудь концептуально обоснованных методик, что в свою очередь порождает сложности в работе учителей. Возможно, именно поэтому не только среди родителей, но и среди большинства учителей распространено почти фатальное отношение к математике в жизни ребенка: математические способности либо даны, либо не даны, и тут уж ничего не поделаешь!

Безусловно, способности к тому или иному виду деятельности обусловлены индивидуальными различиями психики человека, в основе которых лежат генетические комбинации биологических (нейрофизиологических) компонентов. Однако на сегодня нет доказательств того, что те или иные свойства нервных тканей напрямую влияют на проявление или отсутствие тех или иных способностей. Более того, целенаправленная компенсация неблагоприятных природных задатков может привести к формированию личности, обладающей ярко выраженными способностями, чему в истории немало примеров. Математические способности относятся к группе так называемых **специальных способностей** (как и музыкальные, изобразительные и др.). **Для их проявления и дальнейшего развития требуются усвоение определенного запаса знаний и наличие определенных умений**, в том числе и умение применять имеющиеся знания в мыслительной деятельности.

Мыслительная деятельность – основной вид деятельности математика, его орудие – карандаш и лист бумаги. Воплощение в жизнь результатов этой деятельности – один из мощнейших стимулов развития цивилизации сегодняшнего дня.

Математика является одним из тех предметов, где индивидуальные особенности психики (внимание, восприятие, память, мышление, воображение) ребенка имеют решающее значение для его усвоения. За важными характеристиками поведения, за успешностью (или неуспешностью) учебной деятельности часто скрываются те природные динамические особенности, о которых говорилось выше. Нередко они порождают и различия в знаниях – их глубине, прочности, обобщенности. По этим качествам знаний, относящимся – наряду с ценностными ориентациями, убеждениями, навыками – к содержательной стороне психической жизни человека, обычно судят об одаренности детей.

Индивидуальность и одаренность – вещи взаимосвязанные. Все исследователи, занимавшиеся проблемой математических способностей, проблемой формирования и развития математического мышления (А.В. Брушлинский, А.Н. Колмогоров, В.А. Крутецкий, В.В. Давыдов, З.И. Калмыкова, А.Я. Хинчин, Ю.М. Колягин, Д. Пойа, Л.В. Виноградова, И.В. Дубровина, К.А. Рыбников и др.), при всей разнородности мнений отмечают прежде всего **специфические особенности психики математически способного ребенка** (а также профессионального математика), в частности **гибкость мышления**, т.е. нешаблонность, неординарность, умение варьировать способы решения познавательной проблемы, легкость перехода от одного пути решения к другому, умение выходить за пределы привычного способа деятельности и умение находить новые способы решения проблемы при измененных условиях. Очевидно, что эти особенности мышления напрямую зависят от **особой организованности памяти** (свободных и связанных ассоциаций), **воображения и восприятия**.

Исследователи выделяют такое понятие, как **глубина мышления**, т.е. умение проникать в сущность каждого изучаемого факта и явления, умение видеть их взаимосвязи с другими фактами и явлениями, выявлять специфические, скрытые особенности в изучаемом материале*, а также **целенаправленность мышления**, сочетающаяся с широтой, т.е. способностью к формированию обобщенных способов действий, умением охватить проблему целиком, не упуская деталей. Психологический анализ этих категорий показывает, что в их основе должна лежать специально сформированная или природная склонность к структурному подходу к проблеме и предельно высокая устойчивость, концентрация и большой объем внимания человека.

Таким образом, индивидуально-типологические особенности личности каждого ученика в отдельности, под коими понимаются и темперамент, и характер, и задатки, и соматическая организация личности в целом и т.д., оказывают существенное (а может быть, даже определяющее!) влияние на формирование и развитие математического мышления ребенка. Мы можем, безусловно, говорить о возможности формирования «лаконизма» речи и «скрупулезной точности символики», «четкой расчлененности хода аргументации» и «доведенного до предела доминирования логической схемы рассуждения»** – это формируемо с методической точки зрения, хотя и не является простой методической проблемой. Но вряд ли возможна одинаковая успешность формирования у всех детей гибкости, широты и глубины мышления, формирование той совершенно специфической отвлеченной образности этого процесса, которую А.Н. Колмогоров называл способностью «мыслить такими образами, которые непонятны и невидимы для тех, кто видит лишь голые символы»***.

Опытные учителя-предметники хорошо знают, что математические способности – это «товар штучный», и если не заниматься таким ребенком индивидуально (именно индивидуально, а не в рамках кружка или факультатива), то способности могут и не развиться дальше. Именно поэтому мы часто наблюдаем, как выделяющийся своими способностями и возможностями первоклассник к третьему классу «выравнивается», а в пятом и вовсе перестает отличаться от других детей. Что это? Способности были не особенно «выдающимися»?

Исследования психологов показывают, что могут быть **разные типы возрастного умственного развития**:

а) «Ранний подъем» (в дошкольном или младшем школьном возрасте) – он обусловлен наличием ярких природных способностей и задатков соответствующего типа. В дальнейшем может произойти закрепление и обогащение умственных достоинств, что служит стартом для становления выдающихся умственных способностей.

При этом факты показывают, что почти все ученые, проявившие себя до 20 лет, были математиками.

Но может произойти и «выравнивание» со сверстниками. Мы полагаем,

* *Колягин Ю.М.* Учись решать задачи. – М., 1979.
***Хинчин А.Я.* Педагогические статьи. – М., 1963.
****Колмогоров А.Н.* О профессии математика. – М., 1959.

что такое «выравнивание» во многом обусловлено отсутствием грамотного и методически активного индивидуального подхода к ребенку в этот период.

б) «Замедленный и растянутый подъем», т.е. постепенное накопление интеллекта. Отсутствие ранних достижений в этом случае не означает, что предпосылки больших или выдающихся способностей не выявятся в дальнейшем. Таким возможным «подъемом» является возраст 16–17 лет, когда фактором «интеллектуального взрыва» служит социальная переориентация личности, направляющая ее активность в это русло. Однако такой «подъем» может произойти и в более зрелые годы.

Для учителя начальных классов наиболее актуальной является проблема «раннего подъема», приходящаяся на возраст 6–9 лет. Не секрет, что один такой ярко-способный ребенок в классе, обладающий к тому же сильным типом нервной системы (см. нашу статью в №10/2000), способен, в буквальном смысле слова, никому из детей и рта не дать открыть на уроке. И в результате вместо того, чтобы максимально стимулировать и развивать маленького «вундеркинда», мы вынуждены начинать с того, что учим его молчать (!) и «держать свои гениальные мысли при себе, пока тебя не спросят». Ведь в классе 25 других, не таких сообразительных детей! Такое «притормаживание», если оно идет систематически, как раз и может привести к тому, что через 3–4 года ребенок «выравнивается» со сверстниками. А поскольку математические способности относятся к группе «ранних способностей», то, возможно, именно математически способных детей мы теряем в процессе этого «притормаживания» и «выравнивания».

Психологические исследования показали, что хотя развитие учебных способностей и творческой одаренности у типологически различных детей протекает по-разному, равно высокой степени развития этих способностей могут добиться (достигнуть) дети с противоположными характеристиками нервной системы. В связи с этим учителю, возможно, лучше ориентироваться на некоторые общие особенности способных и талантливых детей, которые отмечают большинство исследователей этой проблемы.

Разные авторы выделяют разный «комплект» **общих особенностей способных детей**, в рамках тех видов деятельности, в которых эти способности исследовались (математика, музыка, живопись и т.п.). Мы полагаем, что учителю удобнее опираться на некоторые чисто процессуальные характеристики деятельности способных детей, которые, как показывает сопоставление ряда специальных психологических и педагогических исследований по этой теме, оказываются едиными для детей с различными видами способностей и одаренности. Исследователи отмечают, что **большинству способных детей свойственны**:

1. Повышенная склонность к умственным действиям и положительный эмоциональный отклик на любую новую умственную нагрузку. Эти дети не знают, что такое скука – у них всегда есть занятие. Некоторые психологи вообще трактуют эту черту, как возрастной фактор одаренности.

2. Постоянная потребность в возобновлении и усложнении умственной нагрузки, что влечет за собой постоянное повышение уровня достижений. Если этого ребенка не нагружать, то он сам находит себе нагрузку и может абсолютно «сам по себе» освоить шахматы, музыкальный инструмент, радиодело и т.д., изучать энциклопедии и справочники, читать специальную литературу, сочинять романы и т. д.

3. Стремление к самостоятельному выбору дел и планированию своей деятельности. Этот ребенок имеет обо всем свое мнение, упорно отстаивает неограниченную инициативу своей деятельности, обладает высокой (почти всегда адекватной при этом) самооценкой и весьма настойчив в самоутверждении в выбранной области.

4. Совершенная саморегуляция. Этот ребенок способен на полную мобилизацию сил для достижения цели; способен неоднократно возобновлять умственные усилия, стремясь добиться поставленной цели: имеет как бы «изначальную» установку на преодоление любых трудностей, а неудачи его только «раззадоривают», заставляя с завидным упорством стремиться их одолеть.

5. Повышенная работоспособность. Длительные интеллектуальные нагрузки не утомляют этого ребенка, наоборот, он чувствует себя хорошо именно в ситуации «наличия проблемы, требующей решения». Чисто инстинктивно он умеет использовать все резервы своей психики и своего мозга, мобилизуя и переключая их в нужный момент.

Хорошо видно, что эти общие процессуальные характеристики деятельности способных детей, признаваемые психологами статистически значимыми, не присущи однозначно какому-то одному типу нервной системы человека. Поэтому педагогически и методически общая тактика и стратегия индивидуального подхода к способному ребенку, очевидно, должна строиться на таких психологических и дидактических принципах, которые обеспечивают учет указанных выше процессуальных характеристик деятельности этих детей. Каковы должны быть эти принципы, на сегодня с полной уверенностью не может ответить никто. Проблема способного ребенка является одной из древнейших (со времен Конфуция!), но в то же время одной из самых «темных» проблем психологии и педагогики.

Очевидно одно: способности и одаренность, как одна из сторон индивидуальности, можно сказать – наиболее яркое ее проявление, накладывают своеобразный отпечаток на все стороны жизни и деятельности человека.

Массовая школа, часто игнорируя индивидуальность ученика, не дает ему и возможностей для ее развития, для укрепления способностей и творческого потенциала. Ведь, как говорят психологи, таланты «произрастают» из индивидуальности личности, а система воспитания «среднего ребенка» (соответствующего стандартным требованиям) фактически ведет к стиранию индивидуальных особенностей.

Таким образом, индивидуальные особенности каждого одаренного ребенка – это не только его особенности, но и, возможно, источник его одаренности. А **индивидуализация обучения такого ребенка** – это не только способ его развития, но и основа его сохранения в статусе «способный, одаренный».

Очевидно, что с педагогической позиции способный ребенок в наибольшей степени нуждается в инструктивном стиле отношений с учителем, требующем большей информативности и обоснованности выдвигаемых требований со стороны учителя. **Инструктивный стиль**, в противоположность императивному стилю, господствующему в начальной школе, предполагает апеллирование к личности ученика, учет его индивидуальных особенностей и ориентацию на них. Такой стиль отношений, в свою очередь, способствует развитию в детях независимости, инициативности и творческих потенций, что отмечается многими педагогами-исследователями.

Столь же очевидно, что с дидактической точки зрения способные дети нуждаются, как минимум, **в обеспечении оптимального темпа продвижения в содержании и оптимального объема учебной нагрузки**. Причем оптимального для себя, для своих способностей, т.е. более высокого, чем для обычных детей. Если учесть при этом необходимость в постоянном усложнении умственной нагрузки, настойчивую тягу к саморегуляции своей деятельности и повышенную работоспособность этих детей, можно с достаточной уверенностью утверждать, что в школе эти дети отнюдь не являются «благополучными» учениками, поскольку их учебная деятельность постоянно проходит не в зоне ближайшего развития (!), а далеко позади этой зоны! Таким образом, в отношении этих учеников мы (вольно или невольно) постоянно нарушаем нами провозглашаемое кредо, основной принцип развивающего обучения, требующий обучения ребенка с учетом зоны его ближайшего развития.

Работа со способными детьми в начальных классах – сегодня ничуть не менее «больная» проблема, чем работа с неуспевающими. Ее меньшая «популярность» в специальных педагогических и методических изданиях объясняется тем, что она меньше бросается в глаза, так как «двоечник» – это вечный источник неприятностей для учителя, а то, что Петина пятерка и вполовину не отражает его возможностей, это знают только учитель (и то не всегда) да Петины родители (если занимаются этим вопросом специально). При этом постоянная «недогрузка» (а норма для всех – это недогрузка для способного ребенка) будет способствовать недостаточной стимуляции развития способностей, не только «неиспользованию» потенциальных возможностей такого ребенка (см. пункты 1–5 выше), но и угасанию этих возможностей как невостребованных в учебной деятельности (ведущей в этот период). Есть и более серьезное и неприятное следствие этого: такому ребенку слишком легко учиться на начальном этапе, в результате у него не формируется в достаточной мере умение преодолевать трудности, не формируется «иммунитет» к неудачам, чем в большой мере объясняется массовый «обвал» успеваемости детей при переходе из начального в среднее звено.

Разумеется, решить проблему организации индивидуального подхода при обучении способных детей только силами учителя представляется совершенно нереальным. Прежде всего **эта проблема требует принципиально нового методического решения**.

К сожалению, на сегодняшний день практически отсутствуют специальные методические пособия для учителей начальных классов, предназначенные для работы со способными и одаренными детьми на уроках математики. Мы не можем привести ни одного такого пособия или методической разработки, если не считать разнообразных сборников типа «Математической шкатулки», в которых одни и те же «занимательные задания» переходят из одного сборника в другой. А ведь для занятий со способными и одаренными детьми нужны не «занимательные задания», это слишком убогая пища для их ума. **Нужна специальная система и специальные «параллельные» к существующим учебные пособия для способных детей**. Однако первые такие пособия появляются в курсе школьной математики только в старших классах.

Отсутствие методического обеспечения индивидуальной работы со способным ребенком по математике приводит к тому, что учителя начальной школы этой работой не занимаются совсем. Можно понять проблемы молодого учителя, у которого не хватает ни времени, ни знаний для подбора соответствующих материалов. Но и учитель со стажем и опытом не всегда готов к решению такой проблемы. Честно говоря, уровень математической подготовки выпускника факультета начальных классов не особенно и позволяет ему заниматься «углубленкой». Другим (и, пожалуй, главным) сдерживающим фактором является здесь наличие единого для всего класса учебного пособия. Работа по единому для всех детей учебному пособию, по единому календарному плану просто не позволяет учителю реализовать требование индивидуализации темпа обучения способного ребенка, а единый для всех детей содержательный объем учебника не позволяет реализовать требование индивидуализации объема учебной нагрузки (не говоря уже о требовании саморегуляции и самостоятельном планировании деятельности).

Мы полагаем, что создание специальных методических материалов по математике для работы со способными детьми – это единственно возможный способ реализации принципа индивидуализации обучения в отношении этих детей в условиях обучения целого класса.

В этом плане в ходе нашего исследования оказалась весьма эффективной рассмотренная в нашей предыдущей статье (№ 10/2000) **система долгосрочных листов-заданий**.

Следует отметить, что эффект был ожидаемым и планируемым. Типичные для большинства способных детей процессуальные особенности учебной деятельности (приведенные в пунктах 1–5 данной статьи) соответствуют **основным методическим принципам**, заложенным в структуру «листа» и системы «листов».

Кратко сформулируем эти принципы для тех читателей, которые не знакомы с предыдущими материалами:

1. Принцип соответствия программе по математике для начальных классов.

Содержательно листы «привязаны» к учебным пособиям по математике авторского коллектива М.И. Моро, М.А. Бантовой и др. (так называемым стабильным учебникам для систем 1–3 и 1–4). Этот выбор обусловлен тем, что большинство учителей страны на сегодня работает по этим учебникам и мы хотели показать, что эти учебные пособия позволяют реализовать концепцию индивидуализации обучения в соответствии с процессуальными типологическими особенностями учебной деятельности ничуть не менее, чем другие учебные пособия для младших школьников, в основу которых положены принципы развивающего обучения.

2. Методически в каждом листе реализован принцип дозированности, т.е. в одном листе вводится только один прием или одно понятие или раскрывается одна, но существенная для данного понятия связь. Это, с одной стороны, помогает ребенку четко осознать цель работы, а с другой стороны, помогает учителю легко отслеживать качество усвоения этого приема или понятия.

3. Структурно лист представляет собой подробное методическое «решение» задачи «введения» или «знакомства и закрепления» того или иного приема, понятия, связей этого понятия с другими понятиями. Задания подобраны, выстроены и сгруппированы (т.е. имеет значение и порядок их размещения на листе) таким образом, чтобы ребенок мог «двигаться» по листу самостоятельно, отталкиваясь от уже знакомых ему простейших способов действий, и постепенно «входить» в новый способ действий, «конструкция» которого на первых шагах полностью раскрыта в более мелких действиях, являющихся основой данного приема. По мере «продвижения» по листу эти мелкие действия постепенно компонуются в более крупные блоки. Это позволяет ребенку самому освоиться с приемом в целом виде, что является логическим завершением всей методической «конструкции». Такая структура листа позволяет в полной мере реализовать принцип постепенного нарастания уровня сложности на всех этапах – и внутри знакомства с одним приемом, и на всей линии (последовательности) изучения приемов этого типа (т.е. при изучении всей темы).

4. Очевидно, что такая структура листа позволяет реализовать и принцип доступности, причем в гораздо более глубокой степени, чем это удается сегодня сделать при работе только с учебником, так как систематическое использование этих листов-заданий позволяет организовать продвижение ребенка в освоении материала в удобном для него индивидуальном темпе, который ребенок может регулировать для себя самостоятельно.

5. Система листов (тематический блок) позволяет реализовать принцип перспективности, т.е. постепенное включение учащегося в деятельность планирования учебного процесса. Задания, рассчитанные на длительную (отсроченную) подготовку, безусловно, требуют перспективного планирования. Умение же организовать свой труд, спланировав его на определенный срок, является, вне всякого сомнения, важнейшим учебным умением.

6. Система листов-заданий по теме позволяет также реализовать принцип индивидуализации проверки и оценки знаний учащихся, причем не на основе дифференциации уровня сложности заданий, а на основе единства требований к уровню знаний, умений и навыков. Индивидуализированные сроки и способы выполнения заданий позволяют предъявлять всем детям задания одного уровня сложности, соответствующего программным требованиям к норме. Безусловно, это не означает, что сильным, умным, талантливым детям не надо предъявлять более высокого уровня требований. Речь идет о том, что абсолютно все психически здоровые дети способны справиться со средним уровнем требований (нормой) к знаниям, умениям и навыкам по математике для начальных классов не менее чем на «хорошо». Для детей же с повышенным уровнем способностей листы-задания на определенном этапе позволяют подключить к работе более насыщенный с интеллектуальной точки зрения материал, который в свою очередь является пропедевтическим для знакомства со следующими математическими понятиями более высокого уровня сложности.

В ходе эксперимента **было разработано большое количество листов на печатной основе, объединенных в блоки, охватывающие целую тему**. Каждый блок содержит 12–20 листов. Лист представляет собой большую систему заданий, методически и графически организованных таким образом, чтобы по мере их решения ребенок мог самостоятельно подойти к пониманию сути и способа выполнения нового вычислительного приема, а затем закрепить новый способ деятельности. Такой лист можно предлагать ребенку на уроке или давать на дом в виде задания «с отсроченным сроком исполнения», который учитель либо устанавливает ученику индивидуально, либо (что более продуктивно) позволяет ему самому установить для себя срок его выполнения (это путь формирования самодисциплины, так как самостоятельное планирование деятельности в связи с самостоятельно определенными целями и сроками – это основа самовоспитания человека).

Тактику работы с листами-заданиями учитель определяет для ребенка индивидуально. На первых порах их можно предлагать ученику как на уроке, так и в качестве домашнего задания, индивидуально договариваясь о сроках его выполнения (2–4 дня). По мере освоения ребенком этой системы работы можно перейти к предваряющему (для инертных детей) или параллельному способу работы, т.е. давать ребенку лист до знакомства с темой (накануне урока) или на самом уроке. Внимательное и доброжелательное наблюдение за учеником в процессе деятельности, «договорной стиль» отношений (пусть ребенок сам решит, когда он хочет получить этот лист), возможно даже освобождение от других уроков в этот или следующий день для концентрации на задании, консультативная помощь ребенку без отсрочки (на один вопрос всегда можно ответить сразу, даже проходя мимо ребенка на уроке) – все это поможет учителю в полной мере сделать процесс обучения индивидуализированным без больших затрат времени.

Работа с листами-заданиями требует обеспечения ребенка готовым листом, с которым он работает как с печатной основой. Не следует заставлять детей переписывать задания с листа. Ребенок работает карандашом прямо на листе, записывая ответы или дописывая действия. Такая организация средства обучения вызывает у ребенка положительные эмоции. Избавленный от необходимости утомительного переписывания, ребенок работает с гораздо большей «производительностью». Практика показывает, что хотя листы содержат до полусотни примеров (обычная норма домашнего задания 6–10 примеров), дети с удовольствием работают с ними, а многие дети просят новый лист каждый день!

В качестве приложения мы приводим примеры разработанных в ходе экспериментальной работы листов по различным темам, хотя, вырванный из контекста (из соответствующей серии листов-заданий), он не производит цельного впечатления, но позволяет показать, что мы имеем в виду под «пошаговым структурированием материала». Профессиональный опыт учителя-практика поможет читателям представить всю систему из 12–20 листов (в зависимости от объема темы), а также всю систему разработок тем по годам обучения.

Данные листы **содержат материал более высокого уровня сложности**, чем требуется для усвоения стандартной «нормы», **однако для выполнения всех заданий достаточно того уровня знаний и умений, которым ребенок владеет на данном этапе**. Необходимы лишь гибкость и вариативность в их применении.

Иная тактика и стратегия «дозирования» материалов позволила использовать такие листы в обучении математике детей, казалось бы, абсолютно противоположных по своим типичным характеристикам, – ведь эти материалы изначально подготавливались для детей замедленного типа, медленно думающих, имеющих проблемы в усвоении математики.

Способным детям такие листы с первых же шагов предлагались прямо на уроке. Попутно отметим, что высокий уровень саморегуляции позволял многим из них «не выпадать» при этом из урока: ребенок умудрялся успеть и там и тут, ничуть не чувствуя себя при этом «переработавшим». С этими детьми сразу был введен режим «свободного требования», т.е. было снято ограничение темпа изучения материала. В то же время ребенку раскрывалась и «стратегическая перспектива», вплоть до самой дальней: количество листов на месяц, на четверть, на полугодие, наряду с необходимостью проверки усвоения в присутствии учителя (количество контрольных срезов), но при этом отсутствие обычных домашних заданий, свобода в выборе посещения и непосещения уроков по «пройденным и сданным» темам давали возможность в освободившееся время заниматься углублением и расширением знаний по предмету с учителем в индивидуальном режиме. Следует отметить, что не все дети, выбранные вначале как способные, захотели работать в таком режиме. Мы полагаем, что это говорит о достаточно адекватной самооценке этих детей, с одной стороны, а с другой стороны, о том, что не все способные дети чувствуют тягу именно к математике, что совершенно естественно.

Практика показала, что при такой организации обучения уже через 2–3 месяца в классе выделяется группа детей, легко и стремительно уходящая вперед, – это дети, способности которых стимулируются индивидуальным подходом. Особо подчеркнем – **их нельзя «тормозить», но на определенном этапе их следует систематически «догружать» заданиями повышенной сложности, формируя из них команду будущих участников математических олимпиад**.

Безусловно, проблема обозначена только «в первом приближении», ее разработка требует широкого и длительного, рассчитанного на 10–15 лет эксперимента, прослеживающего развитие детей на протяжении всего периода обучения в школе, а затем и в послешкольный период, что возможно только в условиях «госзаказа».

Не ставя перед собой такой глобальной цели, мы надеемся, что предлагаемое здесь методическое решение проблемы обучения способных к математике детей в начальной школе в условиях обучения целого класса поможет учителю уже на первых порах эффективно организовать работу с такими детьми и понять, что проблема неуспеваемости школьника и проблема работы со способным ребенком – это две стороны одной медали – единой проблемы индивидуализации обучения ребенка в условиях классно-урочной системы и госстандарта в системе образования.

Литература

1. *Акимова М.К., Козлова В.П.* Индивидуальность учащегося и индивидуальный подход. – М.,1992.

2. *Ананьев Б.Г.* Формирование одаренности //Склонности и одаренность. – М., 1962.

3. *Антонова Г.П.* О соотношении индивидуальных различий в мыслительной деятельности школьников и особенностей их высшей нервной деятельности //Вопросы психологии. 1966. № 1.

4. *Верцинская Н.И.* Индивидуальная работа с учащимися. – Минск, 1983.

5. *Гильбух Ю.З., Кондратенко Л., Коробко С.* Как не убить талант //Народное образование. 1991. № 4.

6. *Гуревич К.М.* Индивидуально-психологические особенности школьников. – М., 1988.

7. *Дубровина Т.Н., Сильвестру А.И.* Учет психофизиологических особенностей шестилетних детей в процессе обучения. – Кишинев, 1986.

8. *Ильина Т.А.* Общие основы методики программированного обучения: Автореф. докторской диссертации. – М., 1970.

9. *Калмыкова З.И.* Темп продвижения – один из показателей индивидуальных различий учащихся //Вопросы психологии. 1961. № 2.

10. *Каптелинин В.Н. и др.* Проблемы индивидуализации обучения //Вопросы психологии. 1986. № 2.

11. *Кирсанов А.А.* Индивидуализация учебной деятельности школьника //Советская педагогика. 1985. № 9.

12. *Климов Е.А.* Индивидуальный стиль деятельности. – Казань, 1969.

13. *Крутецкий В.А.* Психология математических способностей школьников. – М., 1968.

14. *Лейтес Н.С.* Умственные способности и возраст. – М., 1971.

15. *Мерлин В.С., Климов Е.А.* Формирование индивидуального стиля деятельности в процессе обучения //Советская педагогика. 1967. № 4.

16. *Рабунский Е.С.* Индивидуальный подход в процессе обучения школьников. – М., 1975.

17. *Теплов Б.М.* Проблема индивидуальных различий. – М., 1961.

18. *Унт И.Э.* Индивидуализация и дифференциация обучения. – М., 1990.

19. *Эльконин Д.Б.* Психология обучения младшего школьника. – М., 1974.

20. *Якиманская И.С. и др.* Психолого-педагогические проблемы дифференциации обучения //Советская педагогика. 1991. № 4.

Приложения

Пример 1. **Тема «Уравнения».**
2-й класс (1–3) или 3-й класс (1–4)

Лист 2

\> 48 + x ... 48 + 3
24 – 7 ... 24 – x

< 86 – 5 ... 85 – x
27 + x ... 27 + 13

= 43 + 7 ... x + 8
x – 5 ... 70 – 6

= 32 + 67 ... x + 67 – 24
72 – x ... 72 – 10 – 6

a	2a	3 a
0		
2		
1		
3		
4		
5		

a	2a	2a + 2
0		
2		
4		
7		

a	3a	3a + a
2		
1		
3		
5		

\> < =

y · 24 ... 24 · y
z · 1 ... 1 · z
´ · y ... y · ´

´ : 1 =
y · 1 =
z · 1 =
0 · =

´ · 4 = 20
U · 1 = 18
& : 5 = 3
J : 2 = 30

ˆ : 1 = 49
X · 0 = 0

21 : D = 1
1 : @ = 1

a + $\boxed{3}$ < 7 □ □
a = a = a =
a + $\boxed{3}$ > 7 □ □
a = a = a =

a + a + a + a =20
7a – a = 30
2a + a = 12
12 a – 2a – a = 18

x + 8 = 16
17 – x = 8
x + 6 = 13

x + 3 < 10
x = □ x = □
x + 5 > 12
x = □ x = □
x · 2 < 7
x = □ x = □

14 · x = 28
60 · x = 120
x : 5 = 20
40 : x < 4
64 : x < 8
72 : x < 9

$50 \cdot x = 400$ $\quad x : 20 = 4$ $\quad x : 8 > 4$
$90 : x = 30$ $\quad x : 5 > 5$ $\quad x : 7 > 6$

□□□ − 1 = □□ □□□ + 1 = □□□□

Лист 3

a	4	6	9	13
12 + a				
2a				

c	4	6	9	13
32 − c				
3c				

$6 + x = 18$ $\quad x - 54 = 6$ $\quad 53 - x = 8$
$x + 8 = 27$ $\quad x - 8 = 27$ $\quad 41 - x = 7$

$24 : x = 2$ $\quad 48 : x = 4$

$x \cdot 3 - 36$ $\quad x : 5 = 8$ $\quad x : 7 = 11$
$4 \cdot x = 44$ $\quad x : 9 = 7$ $\quad 44 : x = 4$

$99 : x = 3$ $\quad 88 : x = 2$

$x : 4 = 25$ $\quad 730 \cdot x = 7300$
$10 \cdot x = 100$ $\quad 6 \cdot x = 66$

$x : 12 = 4$ $\quad 36 : x = 18$
$x + 7 = 36$ $\quad 34 - x = 10$

$34 - 4 - x = 26 - 10$ $\quad x =$
$17 - x + 4 = 19$ $\quad x =$
$x - (24 + 18) = 36$ $\quad x =$
$2x + x + 6 = 13 + 17$ $\quad x =$
$(x + 3) + (18 - 12) = 24 + 6$ $\quad x =$

$7x + 4x - x = 100$
$x =$
$15y + 32y + 17y + 60 - 27 = 33$
$y =$

$14a - 7a + 12a + a = 200$
$a =$
$6 \cdot (x + 3) = 18$
$(x + 3) =$
$x =$

Пример 2. **Тема «Уравнения». 3-й класс (1–3) или 4-й класс (1–4)**

Лист 1

$x + 1 = 240$ $\quad 860 - x - 1 = 799$
$x + 1 = 200$ $\quad 599 + 1 + x = 620$

$400 + x + 5 = 475$ $\quad 708 - x - 1 = 7$

$x + 20 = 70$ $\quad x - 30 = 46$

$x + 22 = 70$ $\quad x - 36 = 46$
$x + 30 = 46$ $\quad 80 - x = 10$
$x + 36 = 46$ $\quad 80 - x = 17$

$x \cdot 9 = 9$ $\quad 12 + x = 12$
$x \cdot 9 = 0$ $\quad 16 - x = 16$

$13 - x = 0$ $\quad 60 - x = 60$
$x - 18 = 0$ $\quad x + 60 = 60$

$25 + 15 \cdot x = 100$ $\quad 254 - x = 254$
$12 + 12 \cdot x = 60$ $\quad x + 254 = 254$

$177 + x = 200$ $\quad 200 - x = 100$

$x + 170 = 230$ $\quad 580 - x = 420$
$x - 170 = 230$ $\quad x - 580 = 420$

$177 + x = 302$ $\quad 517 - x = 309$

$\boxed{8 + 2 \cdot x = 100}$ $\quad \boxed{10 + x \cdot 5 = 85}$
$\boxed{20 + x \cdot 4 = 92}$

$16 \cdot x = 64$ $\quad x \cdot 13 = 52$ $\quad 9 : x = 9$
$x : 12 = 4$ $\quad x : 15 = 5$ $\quad x \cdot 5 = 0$
$36 : x = 18$ $\quad 70 : x = 14$ $\quad x : 8 = 0$

$305 + x = 410$ $\quad x - 498 = 3$ $\quad 910 - x = 899$

Догадайся, чему могут быть равны x и y:

$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x \cdot y = 50 \\ x + y = 15 \end{cases}$
$x =$ $\quad x=$
$y =$ $\quad y =$

$\begin{cases} x : y = 25 \\ x - y = 96 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x - y = 2 \\ x \cdot y = 63 \end{cases}$
$x =$ $\quad x=$
$y =$ $\quad y =$

Лист 2

$40 \cdot x = 160$ $\quad x : 6 =7$ $\quad 45 : x = 5$
$4 \cdot x = 160$ $\quad x : 6 = 70$ $\quad 95 : x = 5$
□ □

$88 : x = 44$
$92 : x = 46$

$72 : 2 = 36$ $\quad 580 - x = 200$ $\quad x \cdot 6 = 36$
$72 : x= 18$ $\quad 580 - x = 300$ $\quad x \cdot 6= 72$
$72 : x =9$ $\quad 580 - x = 260$ $\quad x \cdot 6= 144$

$\boxed{x \cdot 6 = 810}$ $\quad \boxed{290 + x= 400}$
$\boxed{x : 4= 217}$

$29 \cdot x = 0$ $\quad$ $56 \cdot x = 56$ $\quad$ $800 - x = 400$
$x : 12 = 0$ $\quad$ $91 : x = 13$ $\quad$ $800 - x = 434$

$634 + x = 934$ $\quad$ $634 + x = 900$

$540 : x = 90$ $\quad$ $x \cdot 60 = 420$
$x \cdot 60 = 4200$ $\quad$ $x : 40 = 10$
$x : 30 = 60$ $\quad$ $20 \cdot x = 180$

$700 - x = 80$ $\quad$ $x : 40 = 15$
$700 - x = 60$ $\quad$ $400 : x = 50$
$x - 180 = 70$ $\quad$ $x : 30 = 8$

$x \cdot (20 + 5) = 100$ $\quad$ $(7 + 3) \cdot x = 90$

$x \cdot (10+2) = 36$

$\boxed{x - 390 = 500}$ $\quad$ $\boxed{504 : x = 84}$

$\boxed{850 - x = 90}$

Пример 3. **Тема «Величины».**
3-й класс (1–3) или 4-й класс (1–4)

Лист 1

Сравни; где возможно, поставь знак сравнения:

38 дм ... 3 м 8 см — 40 см ... 4 дм
47 см ... 47 мин. — 3 часа ... 200 мин.
5 дм 3 см ... 3 дм 5 см — 604 м ... 6 км 4 м
203 кг... 302 м — 100 мин. ... 1 час

Вырази единицы одного наименования в других:

520 см = □ м □ см = □ дм
1 200 г = □ кг □ г
64 мин. = □ час. □ мин.
72 часа = □ сут. □ час.
2 500 м = □ км □ м

700 дней = □ год □ дней
6 м = □ см = □ дм
80 дм = □ см = □ м
200 мин. = □ час. □ мин.
1 час 30 мин. = □ мин.

Найди:
1/5 часть 1 км – это □ м
1/5 часть 1 часа – это □ мин.

1/5 часть 1 кг – это □ г
1/5 часть года – это □ дней

Выполни действия:

1 час 30 мин. : 2 = □ мин. : 2 = □ мин.
8 км 300 м + 800 м = □ км □ м = □ км □ м
2 сут. 10 час. + 1 сут. 20 час. = □ сут. □ час. =
= □ сут. □ час.
7 кг 200 г – 5 кг 300 г = □ г – □ г = □ г =
= □ кг □ г
8 дм 5 см + 8 дм 5 см = □ дм □ см = □ дм =
= □ м □ дм

Лист 2

> < =

20 м · 6 ... 20 м · 5 + 20 м
78 кг : 3... 60 кг : 3 + 18 кг : 3
64 см : 2 ... 60 см : 2 + 4 см : 2
18 мин. · 4 ... 18 мин. · 5 – 18 мин.

> < =

50 см ... 5 дм
2 дм .... 1 дм 9 см
2 час. ... 120 мин.
7 дм 8 см ... 8 дм 7 см

Вырази единицы одного наименования в других:

5 км = □ м — 3 кг = □ г
5 км 500 м = □ м — 3 кг 300 г = □ г
5 км 50 м = □ м — 3 кг 30 г = □ г

1 ч 10 мин. = □ мин.
2 ч 20 мин. = □ мин.
2 ч 2 мин. = □ мин.

2 м 41 см = □ см = □ дм □ см = □ м □ дм □ см
2 м 6 см = □ см = □ дм □ см
196 см = □ м □ см = □ дм □ см = □ м □ дм □ см

1/4 часа – это □ мин. — 1/2 часа – это □ мин.
1/5 часа – это □ мин. — 1/3 часа – это □ мин.

72 мин. = □ час. □ мин. — 2 суток = □ час.
300 мин. = □ час. □ мин. — 2 года = □ дней

Выполни действия:

3 час. 20 мин. + 4 час. 40 мин. =
8 м 3 дм + 3 м 15 см =

6 кг 200 г – 900 г =
7 км 300 м + 2 км 800 м =

Пример 4. **Тема «Деление и умножение многозначных чисел».**
3-й класс (1–3) или 4-й класс (1–4)

Лист 3

Подчеркни случаи деления без остатка:

56 : 34	95 : 45	188 : 20	72 : 18
84 : 16	27 : 4	60 : 15	30 : 26

Не пересчитывая, найди неверно решенные примеры, подчеркни их и исправь ответы:

128 : 34 = 3 (ост. 26) 520 : 64 = 7 (ост. 72)
270 : 52 = 4 (ост. 62) 675 : 95 = 7 (ост. 10)

462 : 85 = 5 (ост. 37)
358 : 44 = 7 (ост. 50)

Округли числа до ближайшей целой сотни:

688 (...) 744 (...) 689 (...) 540 (...)
576 (...) 760 (...) 171 (...) 384 (...)

Выполни деление, используя прием округления делителя для подбора пробного частного. В случае деления с остатком остаток обведи кружком: ◯

538 | 256 2382 | 397 1824 | 456
764 | 347 648 | 232 1875 | 625

3200 : 400 27 900 : 900 48 060 : 6
5600 : 700 42 070 : 7 81 081 : 81
120 : 5 75 025 : 25 144 :12
129 : 3 24 072 : 24 169 : 13

48 024 : 12 121 : 11
55 005 : 5 196 : 14

Выполни вычисления устно, отмечая промежуточные ответы:

(16 · 6 + 4) : 25 · 25 =
150 :15 · 16 − 120 + 16 =

(101 + 99) : 100 · 55 : 10 =
(15 · 8 + 180) : 6 · 9 =

Поставь знак, не считая. Используй прием выделения первого неполного делимого для подсчета цифр в частном:

> < = 5330 : 14 ... 6592 : 76
9858 : 318 ... 7595 : 25

> < = 7505 : 85 ... 5769 : 56
35 910 : 378 ... 259 080 : 635

Лист 4

70 · 3 70 + 65 150 · 4
65 · 3 (70 + 65) · 3 8 · 120

450 : 15 800 : 16
600 : 12 264 : 12

228 | 19 Первое неполное делимое 22 дес., поэтому в частном будет две цифры. Продолжи деление, выполнив запись. В ответе должно получиться 12.

4316 | 52 Первое неполное делимое 431 дес., поэтому в частном будет две цифры. Продолжи деление, выполнив запись. В ответе должно получиться 83.

Выполни деление. Случаи с остатком отметь ⊕.

572 | 22 1428 | 42 573 | 35
9761 | 43 5821 | 78 6968 | 52

Выполни деление и найди свои ответы среди приведенных в рамке чисел, подчеркни их:

3212 | 44 6141 | 69 11475 | 27
10 560 | 15 7552 | 236 9858 | 318

89; 425; 73; 213; 31; 14; 32

Один из своих ответов ты не нашел, это случай 10 560 : 15. Выполни проверку своего ответа.

Примечание для учителя. В ответе данного примера получается 704 (нуль в частном). Этот пример является подготовительным для следующего листа.

Анна Витальевна Белошистая *– канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрой дошкольного и начального образования Мурманского института повышения квалификации работников образования.*