

О деятельностном подходе к обучению школьников логическому поиску решения математических задач*

А.А. Аксёнов

В статье анализируется проблема организации целенаправленного обучения школьников поиску решения математических задач, детерминированного объективной информацией, содержащейся в задаче (логический поиск). Описывается, как содержащаяся в задачах объективная информация предопределяет процесс обучения поиску решения в контексте деятельностного подхода.

Ключевые слова: математика, задача, поиск, деятельностный подход.

Как утверждал классик отечественной психологии А.Н. Леонтьев, для того, чтобы овладеть каким-то предметом или явлением, нужно осуществить деятельность, адекватную той, которая воплощена в данном предмете или явлении. В частности, это означает, что особенности процес-

* Тема диссертации – «Теория обучения логическому поиску решения школьных математических задач».

са поиска решения школьных математических задач могут быть детерминированы сущностью самих задач. Здесь речь идёт о поиске, выполняемом на основе объективной информации, содержащейся в задаче, т.е. о поиске *логическом* [3].

Таким образом, обучение поиску решения математических задач должно, во-первых, учитывать детерминацию поиска специфическими особенностями самих задач (*логический поиск*), а во-вторых, выполняться в контексте деятельностного подхода. В личностно ориентированной парадигме школьного образования знания учащихся понимаются как результат процесса их учебной деятельности, поэтому указанный путь обучения поиску решения задач можно считать актуальным в настоящее время.

Многолетнее исследование проблемы обучения школьников логическому поиску решения задач привело автора этой статьи к следующим результатам.

1. Описать детерминацию как выполнение логического поиска решения математических задач, так и обучение выполнению этого поиска сущностью самих задач можно с помощью внутрипредметных связей, реализованных в школьной математике. Установление этих связей в ходе решения задачи фактически составляет предметное содержание процесса поиска её решения.

2. Всё многообразие внутрипредметных связей, осуществляемых в школьном курсе математики посредством решения задач, может быть описано с помощью десяти основных видов их реализации:

1) применение одинаковых идей в решении задач, обусловленных общими логическими закономерностями, содержащимися в их формулировках;

2) применение одинаковых идей в решении задач, причём формулировки данных задач общих логических закономерностей не содержат;

3) использование базисных задач для решения некоторой совокупности задач;

4) использование дополнительных задач в решении основной задачи;

5) переформулировка исходной задачи, при которой равносиль-

но меняется и условие, и требование;

6) непосредственный аналитический переход от одной теории к другой в ходе решения задачи;

7) решение задач, сформулированных средствами одной теории с помощью аппарата других теорий;

8) одновременное использование нескольких теорий в процессе решения задачи;

9) независимое решение одной и той же задачи с помощью арсенала разных теорий;

10) различные варианты решения одной и той же задачи средствами лишь той теории, на основе которой она была сформулирована.

Эти виды реализации связей являются своеобразными эвристиками, помогающими школьникам выдвигать идеи на каждом этапе процесса поиска решения задачи.

3. С учётом видов задач (задачи на вычисление, доказательство, построение, исследование и т.п.), их типологии (алгоритмические, полуэвристические, эвристические), известности субъекту стандартных алгоритмов и методов решения задачи, перечисленных десяти видов реализации внутрипредметных связей была построена **полная ориентировочная основа действий** (ПООД) субъекта, выполняющего поиск решения задачи. Она структурирована пятью взаимодополняющими блоками, функциональная направленность которых такова. *Первый блок*: субъект анализирует формулировку задачи на предмет выявления и оценивания возможных путей её решения. *Второй блок*: следует применить в отыскании способа решения данной задачи известные субъекту на текущий момент обучения стандартные методы или алгоритмы решения задач. *Третий блок*: необходимо использовать в решении задачи уже известные субъекту идеи. *Четвёртый блок*: задача расчленяется на ряд более простых подзадач. *Пятый блок*: выполняется поиск решения эвристических задач [1].

4. ПООД – это модель общего умения выполнять логический поиск решения задач. Целенаправленное формирование этого умения состоит в обучении школьников: а) способам

логических рассуждений и решения задач, самостоятельному «открытию» теоретических фактов; б) выделению совокупности действий, адекватных понятиям, теоремам, методам решения задач и т.п.

Однако, как отмечено в работе [4], эти два пункта адекватны двум из трёх смыслов, в которых в современной методической науке используется деятельностный подход к обучению математике. Следовательно, обучение общему умению выполнять логический поиск решения задач целесообразно реализовывать на основе деятельностного подхода.

Поэтому, исходя из сущности ПООД, выявлены **девять основных видов деятельности**, имеющей место в ходе работы над задачей:

1) исследование формулировки задачи;

2) освоение навыков, используемых в решении задач (имеется в виду воспроизводящая деятельность, решение задачи, полностью аналогичной уже решённой задаче, овладение применением алгоритма и т.п.);

3) изучение или использование нового метода решения задач;

4) изучение или использование нового вида реализации внутрисредственных связей;

5) изучение или использование аналитического метода поиска решения задач;

6) изучение или использование синтетического метода поиска решения задач;

7) составление математических задач учащимися;

8) работа с решённой задачей (обобщение, проверка «предельных случаев», составление задачи, для которой решённая была бы базисной, рационализация решения и т.д.);

9) овладение действиями, адекватными конкретному этапу полной ориентировочной основы действий (ПООД) по решению задач [2].

5. Обучение поиску решения задач требует их систематизации в контексте деятельностного подхода. Из этого следует, что в одну систему объединяются задачи, предопределяющие одну доминирующую деятельность (выполняемую в ходе поиска решения), в другую – задачи, де-

терминирующие иную доминирующую деятельность. Задачи системы могут предопределять как один вид (*монодоминантные системы*), так и несколько видов доминирующей деятельности (*полидоминантные системы*).

В монодоминантных системах в концентрированном виде выражено обучение одному умению (например, непосредственному применению теоремы и т.п.). Полидоминантные системы следует разделить на *обучающие* и *поисковые*. В ходе решения задач из обучающих систем школьники овладевают несколькими умениями и навыками, необходимыми для решения задач (например, методами решения уравнений и синтетическим методом поиска их решения и т.п.). Применять эти умения они должны в процессе решения нетривиальных математических задач из поисковых систем. Для полидоминантных поисковых систем систематизирующим фактором является девятый вид деятельности; для полидоминантных обучающих систем – несколько видов, каждый из которых относится к второму–восьмому видам; для монодоминантных систем – какой-либо один вид, с первого по восьмой. В большинстве случаев в рамках одной системы задач невозможно задействовать все средства целенаправленного обучения поиску их решения, поэтому необходимо упорядочивать сами системы задач. Другими словами, в последующих системах задач по данной теме целесообразнее использовать то, что не нашло применения в предыдущих.

Упорядочивание процесса обучения, представляющее собой его содержательный компонент, лишь необходимое условие реализации деятельностного подхода. Большинство поисковых ресурсов, традиционно используемых в обучении математике, воспринимается школьниками как *конкретное средство*, применяемое для решения задач, аналогичных данной, но не осмысливается ими как *общее поисковое действие*, что не позволяет использовать эти ресурсы в обучении в качестве средства, формирующего общее умение выполнять логический поиск реше-

ния математических задач. Другими словами, учащиеся, выполняя поиск решения задачи, не осмысливают свою деятельность. Следовательно, сущность процессуального компонента обучения поиску решения задач должна состоять в том, чтобы научить учащихся организации и логическому упорядочиванию действий, выполняемых в ходе поиска решения задач, что концентрировано выражает само умение выполнять логический поиск их решения. ПООД и является тем средством, которое позволит научить школьников этому.

Полная ориентировочная основа действий не является универсальным алгоритмом решения задач. Это скорее упорядоченная совокупность подходов к выполнению логического поиска их решения.

Суть овладения ПООД состоит в следующем. Во-первых, учащиеся на каждом этапе решения задачи учатся выдвигать и реализовывать идеи, позволяющие перейти к следующему этапу, а эвристиками, способствующими генерированию идей, становятся перечисленные выше виды реализации внутрипредметных связей.

Во-вторых, по окончании решения задачи школьникам нужно осмыслить и сформулировать использованные поисковые ресурсы как общие поисковые действия. Так, если в ходе решения задачи они применили результат, полученный в предыдущей задаче, они должны осмыслить и сформулировать сам этот факт, а не указывать конкретный результат и возможность его применения в решении данной задачи.

В-третьих, поскольку мышление учащихся начальных классов конкретно, они должны по требованию учителя привести примеры других задач, в решении которых используется такой же поисковый ресурс, чтобы научиться осмысливать применяемые в решении ресурсы как общие поисковые действия. В-четвёртых, эти поисковые ресурсы предопределяются десятью видами реализации внутрипредметных связей. Постепенное овладение этими ресурсами – это овладение общим умением выполнять логический поиск решения

задач. Таким образом, на практике оно может быть реализовано в русле деятельностного подхода к обучению математике.

В течение ряда лет в муниципальной общеобразовательной гимназии г. Мценска проводился педагогический эксперимент, в ходе которого проверялись изложенные выше положения. В этой гимназии учебный процесс осуществляется на основе идей развивающего обучения в русле концепции Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова.

В обучении учащихся начальных классов поиску решения задач основное внимание уделялось арифметическому решению сюжетных задач. Это способствовало тому, что школьники овладевали синтетическим методом поиска решения, а в младших классах учащиеся решали сюжетные задачи алгебраически (с помощью уравнения), что говорит о владении аналитическим методом поиска решения. Тогда же школьники узнают, что исходная задача в процессе решения расчленяется на ряд более простых подзадач.

По мере усложнения школьного курса математики в нём всё более заметную роль играют внутрипредметные связи. Знакомство с их сутью и разновидностями также осуществляется в процессе решения задач. Для осмысления этой информации на пропедевтическом уровне учащимся предлагалось для каждой решённой задачи указать те темы (и их количество), материал которых нужно знать, чтобы решить эту задачу; выяснить, достаточно ли для решения данной задачи средств тех тем, с помощью которых она сформулирована; указать темы, которые дополнительно привлекались для решения задачи и т.п. Кроме того, школьники по требованию учителя должны были отдельно отметить те средства из различных тем, без учёта и сопоставления которых невозможно было бы решить задачу.

Для того чтобы школьники на пропедевтическом уровне осмыслили используемые поисковые ресурсы как общие поисковые действия, им предлагалось самостоятельно составить задачи, аналогичные решённым

ным, а затем сформулировать то общее, что нужно сделать в выполнении этих задач.

Для обучения школьников младших классов предлагаемые им задачи систематизировались на основе тех общих поисковых действий, которые необходимо было выполнить для решения задачи. Фактически это явилось пропедевтикой составления монодоминантных и полидоминантных систем задач. Конечной целью всех предпринимаемых учителями мер является формирование у учащихся целостного представления о процессе поиска решения задачи, которое систематизируется и упорядочивается в виде первого варианта ПООД, который также выполняет пропедевтическую функцию.

Суть этого варианта ПООД такова. Школьники к моменту окончания обучения в младших классах должны осознать, что в ходе работы над задачами им необходимо учитывать следующее.

1. Анализируя формулировку задачи, надо установить её корректность, определить вид задачи (нахождение, доказательство и т.п.) и темы, которые задействованы для её составления.

2. Необходимо понимать, что для ряда задач существуют известные стандартные методы (или алгоритмы) решения, а также их переформулировки (интерпретации).

3. Следует выяснить, были ли ранее решены задачи полностью или частично аналогичные данной, и по возможности использовать выявленные аналогии.

4. В случае необходимости надо расчленив задачу на более простые подзадачи; в процессе решения возможно применение средств, относящихся к другим темам, которые не использовались для составления задачи.

Указанные четыре пункта ПООД в доступной форме были даны школьникам в качестве памятки (своеобразной эвристической схемы) и использовались в процессе обучения. Подобная эвристическая схема нужна для упорядочивания деятельности учащихся по выдвижению и реализации идей решения задач, осмыс-

лению и формулированию используемых поисковых ресурсов как общих поисковых действий.

Таким образом, обучение учащихся начальных классов общему умению выполнять логический поиск решения математических задач сводится в основном к его **пропедевтике**. По-настоящему оно может быть сформировано позже, когда у школьников разовьётся способность к абстрактному мышлению, но без пропедевтики его основных составляющих эта способность развивается значительно медленнее. Выполненный анализ проблемы показывает, что все рассмотренные идеи, реализуемые в рамках развивающего обучения, могут быть адаптированы к практике массового обучения в средней школе.

Литература

1. Аксёнов, А.А. Теория обучения поиску решения школьных математических задач / А.А. Аксёнов. – Орёл : ОГУ, Полиграфическая фирма «Картуш», 2007. – 200 с.

2. Аксёнов, А.А. Теоретические основы систематизации учебного материала при обучении школьников поиску решения математических задач : [Монография] / А.А. Аксёнов. – Орёл : ОГУ, Полиграфическая фирма «Картуш», 2005. – 79 с.

3. Гурова, Л.Л. Психологический анализ решения задач / Л.Л. Гурова. – Воронеж : Изд-во Воронежского университета, 1976. – 314 с.

4. Саранцев, Г.И. Методология методики обучения математике / Г.И. Саранцев. – Саранск : Тип-фия «Красный Октябрь», 2001. – 139 с.

Андрей Александрович Аксёнов – доцент кафедры математического и информационного анализа экономических процессов факультета экономики и управления Орловского государственного университета, д. Жилино, Орловская обл.